水 路 測 量 関 係 規 則 集

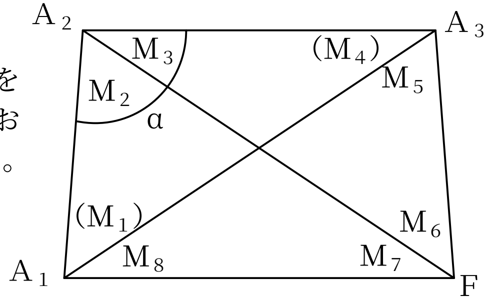
別　冊

(14年版)　補 足 改 版

社団法人 海 洋 調 査 協 会

四辺形内角平均計算（第１号）

角番号を図のとおりとする。



四辺形の頂点のうち３点が既知点で１点が新点の場合の内角平均計算

M_2，M_3，M_5，M_6，M_7，M_8 ：観 測 角
（M_1），（M_4），α ：既 知 角
V_2，V_3，V_5，V_6，V_7，V_8 ：最確値を求めるための観測角に加える補正角

（条件式）

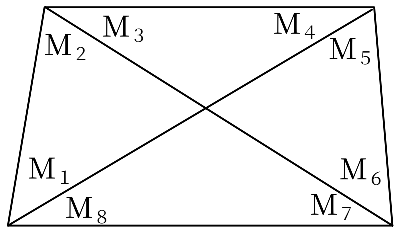
$$V_3 - V_7 - V_8 + \ell_1 = 0$$
$$V_2 - V_5 - V_6 + \ell_2 = 0$$
$$V_5 + V_6 + V_7 + V_8 + \ell_3 - \ell_4 = 0$$
$$-V_2 d_2 + V_3 d_3 + V_5 d_5 - V_6 d_6 + V_7 d_7 - V_8 d_8 + \ell_5 = 0$$

ただし

$$\ell_1 = M_3 + (M_4) - M_7 - M_8$$
$$\ell_2 = (M_1) + M_2 - M_5 - M_6$$
$$\ell_3 = (M_1) + M_2 + M_3 + (M_4) + M_5 + M_6 + M_7 + M_8 - 360°$$
$$\ell_4 = M_2 + M_3 - \alpha$$
$$\ell_5 = \log_{10}\left(\frac{\sin(M_1)\cdot\sin M_3\cdot\sin M_5\cdot\sin M_7}{\sin M_2\cdot\sin(M_4)\cdot\sin M_6\cdot\sin M_8}\right)$$
$$d_i = \frac{\log_{10} e}{\rho''}\cdot\cot M_i$$

$\log_{10} e$ は自然対数を常用対数にするための根率

四辺形内角平均計算（第２号）



角番号を図のとおりとする。

M_1，M_2，M_3…………M_8 ：観 測 角
V_1，V_2，V_3…………V_8 ：最確値を求めるための観測角に加える補正角

（条件式）

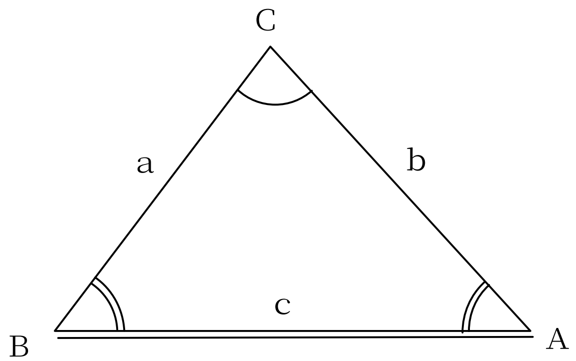
$$V_1 + V_2 - V_5 - V_6 + \ell_1 = 0$$
$$V_3 + V_4 - V_7 - V_8 + \ell_2 = 0$$
$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8 + \ell_3 = 0$$
$$V_1 d_1 - V_2 d_2 + V_3 d_3 - V_4 d_4 + V_5 d_5 - V_6 d_6 + V_7 d_7 - V_8 d_8 + \ell_4 = 0$$

ただし

$$\ell_1 = M_1 + M_2 - M_5 - M_6$$
$$\ell_2 = M_3 + M_4 - M_7 - M_8$$
$$\ell_3 = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 + M_6 + M_7 + M_8 - 360°$$
$$\ell_4 = \log_{10}\left(\frac{\sin M_1\cdot\sin M_3\cdot\sin M_5\cdot\sin M_7}{\sin M_2\cdot\sin M_4\cdot\sin M_6\cdot\sin M_8}\right)$$

d_i は、（第１号）と同式

辺長計算１（正弦比例）



既　知　辺　：　c

観　測　角　：　∠A，∠B，∠C

求　　　辺　：　a，b

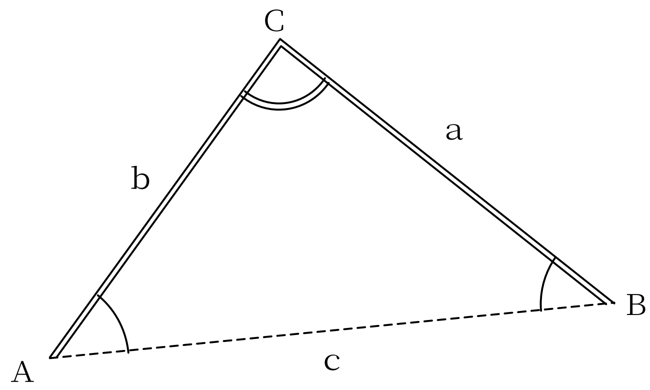
（式）

$$a=\frac{c\cdot \sin A}{\sin C}$$

$$b=\frac{c\cdot \sin B}{\sin C}$$

ただし、内角差は、その $\frac{1}{3}$ を均等に配分することとした。

辺長計算２（二辺夾角）



（与　件）

∠C，辺　a，b　〔 a＞b 〕

（求　件）

∠A，∠B，辺　c

(1)　夾角の計算

$$\frac{1}{2}(A+B)=90°-\frac{C}{2}$$

$$\frac{1}{2}(A-B)=\tan^{-1}\left\{\tan(\phi-45°)\cdot\tan\left(90°-\frac{C}{2}\right)\right\}$$　ただし $\phi=\tan^{-1}\frac{a}{b}$

上の２式より

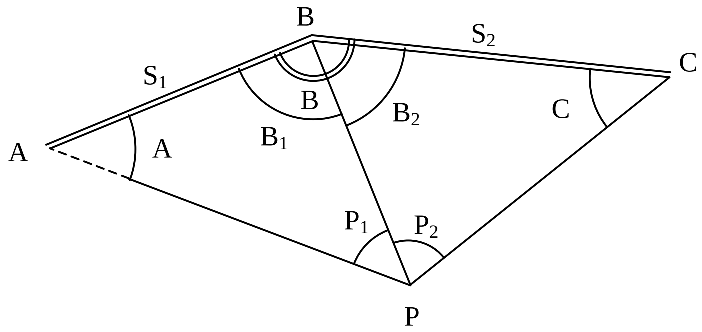
$$A=\frac{1}{2}(A+B)+\frac{1}{2}(A-B)$$

$$B=\frac{1}{2}(A+B)-\frac{1}{2}(A-B)$$

(2)　辺長の計算

$$c=\frac{a}{\sin A}\cdot\sin C$$

辺長計算３（三点両角）



（与　件）

A，B，C　：既　定　点

S_1，S_2　：辺　　長

B　：∠ABC

P_1，P_2　：観　測　角

（求　件）

P　：求　　点

A，C，B_1，B_2：角

$\overline{AP}$，$\overline{BP}$，$\overline{CP}$：辺

１．夾角の計算

(1)　A，C

$$\frac{1}{2}(A+C)=180°-\frac{P_1+P_2+B}{2}$$

$$\frac{1}{2}(A-C)=\tan^{-1}\left\{\tan\frac{A+C}{2}\cdot\cot(\lambda+45°)\right\}$$

ただし　$\lambda=\tan^{-1}\dfrac{S_1\cdot\sin P_2}{S_2\cdot\sin P_1}$

上の２式より

$$A=\frac{1}{2}(A+C)+\frac{1}{2}(A-C)$$

$$C=\frac{1}{2}(A+C)-\frac{1}{2}(A-C)$$

(2)　B_1，B_2

$$B_1=180°-(A+P_1)$$

$$B_2=180°-(C+P_2)$$

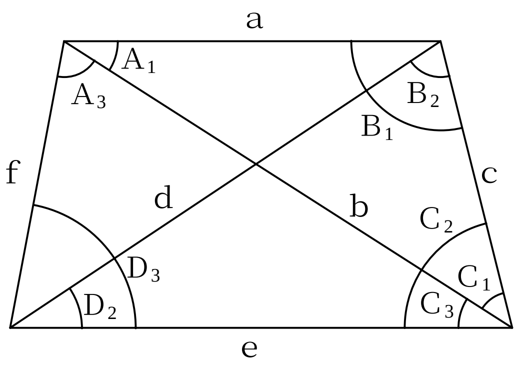
２．　辺の計算

$$\overline{AP}=\frac{S_1\cdot\sin B_1}{\sin P_1}$$

$$\overline{BP}=\frac{S_1\cdot\sin A}{\sin P_1}=\frac{S_2\cdot\sin C}{\sin P_2}$$

$$\overline{CP}=\frac{S_2\cdot\sin B_2}{\sin P_2}$$

四辺形辺長平均計算



角番号及び辺長名は、図のとおりとする。

ａ，ｂ，ｃ，ｄ，ｅ，ｆ　　　　：測定辺長

V_a，V_b，V_c，V_d，V_e，V_f
：各測定辺長に加える補正量

A_1，A_3，B_1，B_2，C_1，C_2，C_3
，D_2，D_3
：測定辺長から計算した内角

$$V_a = \frac{k}{c} \cdot \operatorname{cosec} B_1$$
$$V_b = -\frac{k}{b}\left(\cot A_1 + \cot A_3\right)$$
$$V_c = -\frac{k}{c}\left(\cot B_1 - \cot B_2\right)$$
$$V_d = -\frac{k}{c} \operatorname{cosec} B_2$$
$$V_e = \frac{k}{e}\left(\cot D_2 - \cot D_3\right)$$
$$V_f = \frac{k}{e} \operatorname{cosec} D_3$$

ただし

$$k = -\left(C_1 - C_2 + C_3\right) \Big/ \left\{ \frac{1}{c^2} \cdot \operatorname{cosec}^2 B_1 + \frac{1}{b^2}\left(\cot A_1 + \cot A_3\right)^2 + \frac{1}{c^2}\left(\cot B_1 - \cot B_2\right)^2 + \frac{1}{c^2} \cdot \operatorname{cosec}^2 B_2 + \frac{1}{e^2}\left(\cot D_2 - \cot D_3\right)^2 + \frac{1}{e^2} \cdot \operatorname{cosec}^2 D_3 \right\}$$

平面直角座標計算（ＬＭ→ＸＹ）

平面直角座標変換

$$\frac{X}{m_C}=B_L+\frac{N}{2}\sin L\cdot\cos L\left(\frac{\Delta M}{\rho}\right)^2+\frac{N}{24}\sin L\cdot\cos^3 L\left(5-\tan^2 L+9\eta^2+4\eta^4\right)\left(\frac{\Delta M}{\rho}\right)^4$$
$$+\frac{N}{720}\sin L\cdot\cos^5 L\left(61-58\tan^2 L+\tan^4 L\right)\left(\frac{\Delta M}{\rho}\right)^6$$

$$\frac{Y}{m_C}=N\cdot\cos L\left(\frac{\Delta M}{\rho}\right)+\frac{N}{6}\cos^3 L\left(1-\tan^2 L+\eta^2\right)\left(\frac{\Delta M}{\rho}\right)^3$$
$$+\frac{N}{120}\cos^5 L\left(5-18\tan^2 L+\tan^4 L\right)\left(\frac{\Delta M}{\rho}\right)^5$$

$$T_B=-\left\{\sin L\cdot\Delta M+\frac{1}{3}\sin L\cdot\cos^2 L\left(1+3\eta^2\right)\frac{\Delta M^3}{\rho^2}\right\}$$

$$B_{L\,i}=a\left(1-e^2\right)\left(A\cdot L_i\cdot\frac{\pi}{180}-\frac{1}{2}B\sin 2L_i+\frac{1}{4}C\sin 4L_i-\frac{1}{6}D\sin 6L_i\right)+\frac{1}{8}E\left(\sin 8L_i\right)-\frac{1}{10}F\left(\sin 10L_i\right)$$

A=1.005 052 501 788 266

B=0.005 063 108 597 342

C=0.000 010 627 590 223

D=0.000 000 020 820 407

E=0.000 000 000 039 332

F=0.000 000 000 000 073

X，Y	：観測地点の平均座標（北方、東方を正）
L_0	：座標原点の緯度
M_0	：座標原点の経度
L	：観測地点の緯度
M	：観測地点の経度
ΔM	：経度差（$M-M_0$）
T_B	：真北方向角
B_L	：座標原点より緯度Lまでの子午線弧長
m_c	：原子午線上の線増大率 { 1.0000 / 0.9999
N	：楕円体の卯酉線曲率半径 $N=\frac{a}{\left(1-e^2\cdot\sin^2 L\right)^{1/2}}$
R_m	：楕円体の子午線曲率半径 $R_m=\frac{a\left(1-e^2\right)}{\left(1-e^2\cdot\sin^2 L\right)^{3/2}}$
a	：WGS-84の長半径　6378137.000m
e	：WGS-84の離心率　e^2=0.00669437999
η^2	：$\eta^2=e'^2\cdot\cos^2 L$
e′	：e'^2=0.00673949674
ρ	：弧度変換係数　206264.806

座標平均計算１（前方交会）

$$X = X' + \delta x, \quad Y = Y' + \delta y$$

$$\delta x = \frac{\begin{vmatrix} \sum a_i \omega_i & \sum a_i b_i \\ \sum b_i \omega_i & \sum b_i^2 \end{vmatrix}}{D}$$

$$\delta y = \frac{\begin{vmatrix} \sum a_i^2 & \sum a_i \omega_i \\ \sum a_i b_i & \sum b_i \omega_i \end{vmatrix}}{D}$$

ただし

$$D = \begin{vmatrix} \sum a_i^2 & \sum a_i b_i \\ \sum a_i b_i & \sum b_i^2 \end{vmatrix}$$

$$a_i = -\frac{Y' - Y_i}{d_i^2}, \qquad b_i = \frac{X' - X_i}{d_i^2}$$

$$\omega_i = \alpha_i - \tan^{-1}\frac{Y' - Y_i}{X' - X_i}$$

X，Y　：求点の座標値

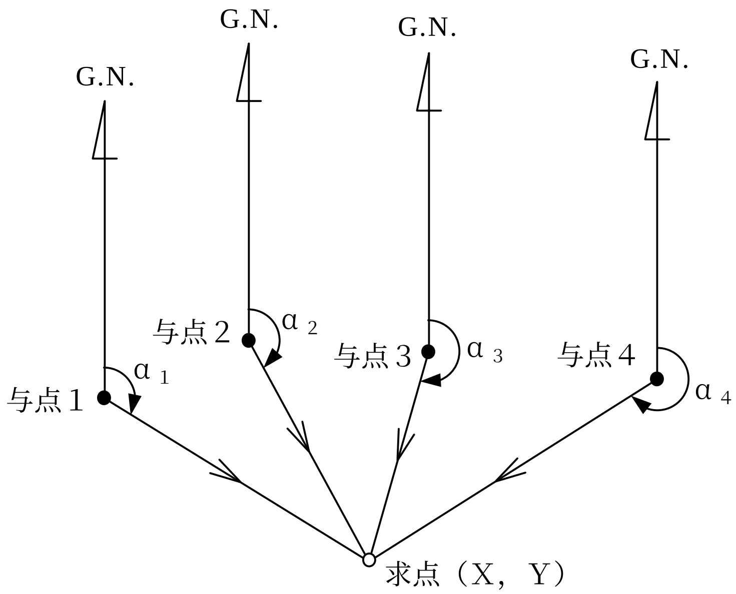
X'，Y'　：求点の仮定位置

δx，δy：求点の仮定位置に対する補正量

X_i，Y_i　：与点の座標値

α_i　：与点から求点に対する方向角

d_i　：求点の仮定位置と与点との距離



座標平均計算２（後方交会）

$$X = X' + \delta x, \quad Y = Y' + \delta y$$

$$\delta x = \frac{\begin{vmatrix} \sum a_i \alpha_i & \sum a_i b_i \\ \sum b_i \alpha_i & \sum b_i^2 \end{vmatrix}}{D}$$

$$\delta y = \frac{\begin{vmatrix} \sum a_i^2 & \sum a_i \alpha_i \\ \sum a_i b_i & \sum b_i \alpha_i \end{vmatrix}}{D}$$

ただし

$$D = \begin{vmatrix} \sum a_i^2 & \sum a_i b_i \\ \sum a_i b_i & \sum b_i^2 \end{vmatrix}$$

$$a_i = \frac{Y_{i+1} - Y'}{d_{i+1}^2} - \frac{Y_i - Y'}{d_i^2}$$

$$b_i = -\frac{X_{i+1} - X'}{d_{i+1}^2} + \frac{X_i - X'}{d_i^2}$$

$$\alpha_i = \beta_i - \left(\tan^{-1} \frac{Y_{i+1} - Y'}{X_{i+1} - X'} - \tan^{-1} \frac{Y_i - Y'}{X_i - X'} \right)$$

X，Y　：求点の座標値

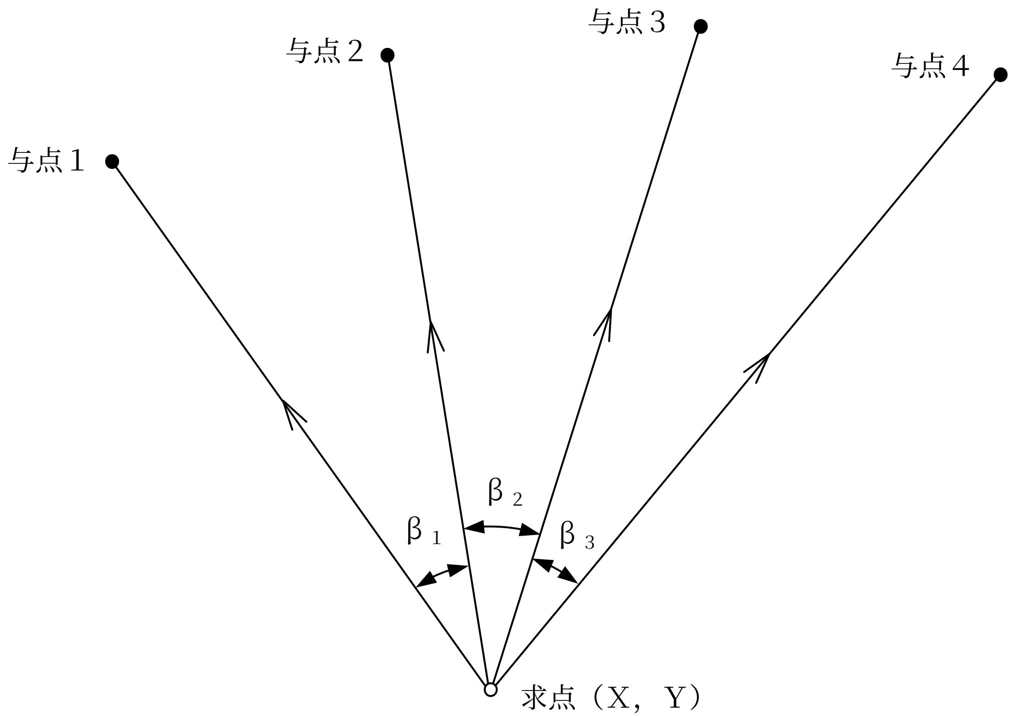
X'，Y'　：求点の仮定位置

δx，δy　：求点の仮定位置に対する補正量

X_i，Y_i　：与点の座標値

β_i　：観測した夾角

d_i　：求点の仮定位置と与点との距離



座標平均計算３（辺長交会）

$$X = X' + \delta x, \quad Y = Y' + \delta y$$

$$\delta x = \frac{\begin{vmatrix} \sum a_i \varepsilon_i & \sum a_i b_i \\ \sum b_i \varepsilon_i & \sum b_i^2 \end{vmatrix}}{D}$$

$$\delta y = \frac{\begin{vmatrix} \sum a_i^2 & \sum a_i \varepsilon_i \\ \sum a_i b_i & \sum b_i \varepsilon_i \end{vmatrix}}{D}$$

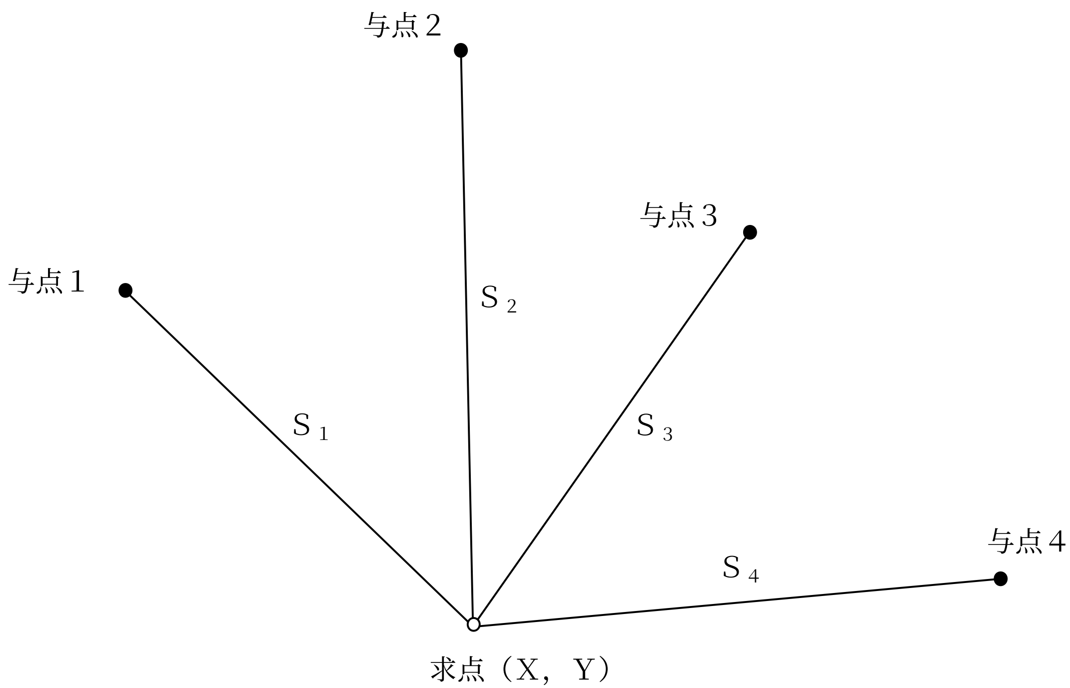
ただし

$$D = \begin{vmatrix} \sum a_i^2 & \sum a_i b_i \\ \sum a_i b_i & \sum b_i^2 \end{vmatrix}$$

$$a_i = \frac{X' - X_i}{d_i}, \qquad b_i = \frac{Y' - Y_i}{d_i}$$

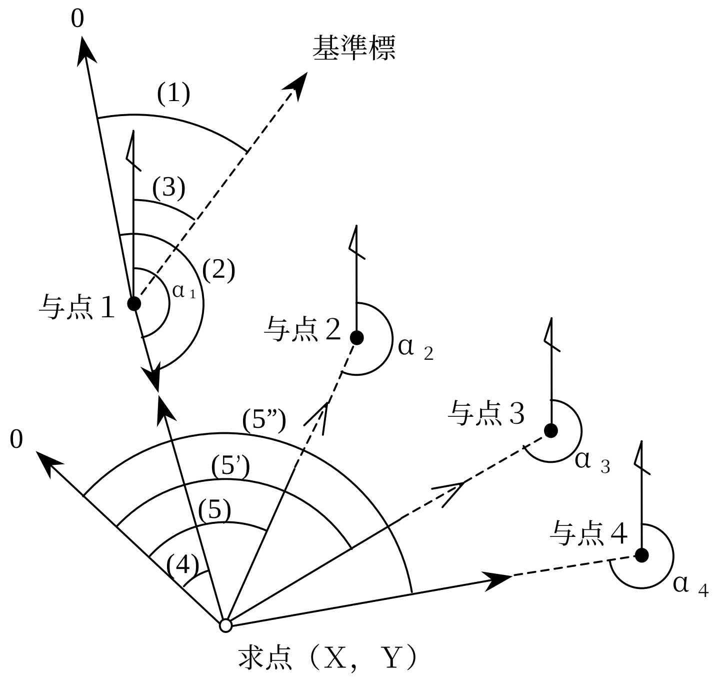
$$\varepsilon_i = S_i - d_i$$

S_i　　：測定距離
X，Y　：求点の座標値
X'，Y'　：求点の仮定位置
δx，δy：求点の仮定位置に対する補正量
X_i，Y_i　：与点の座標値
d_i　　：求点の仮定位置と与点との距離



座標平均計算４（側方交会）

計算は前方交会と同様



α_1＝(3)＋(2)－(1)
α_2＝ α_1＋(5)－(4)
α_3＝ α_1＋(5′)－(4)
α_4＝ α_1＋(5″)－(4)

(1)は、与点１から基準標の方向（測角値）
(2)は、与点１から求点の方向（測角値）
(3)は、与点１から基準標方向角（成果値）
(4)は、求点から基準とする与点１の方向角（測角値）
(5),(5′),(5″)は、求点から与点２、与点３、与点４の方向（測角値）

（与点数９個まで可能、そのうち４個は与点で観測したもの。）

座標平均計算５（混合交会）

$$X = X' + \delta x, \quad Y = Y' + \delta y$$

$$\delta x = \frac{\begin{vmatrix} \sum P_{t\,i} a_i \omega_i + \sum P_{S\,i} A_i \varepsilon_i & \sum P_{t\,i} a_i b_i + \sum P_{S\,i} A_i B_i \\ \sum P_{t\,i} b_i \omega_i + \sum P_{S\,i} B_i \varepsilon_i & \sum P_{t\,i} b_i^2 + \sum P_{S\,i} B_i^2 \end{vmatrix}}{D}$$

$$\delta y = \frac{\begin{vmatrix} \sum P_{t\,i} a_i^2 + \sum P_{S\,i} A_i^2 & \sum P_{t\,i} a_i \omega_i + \sum P_{S\,i} A_i \varepsilon_i \\ \sum P_{t\,i} a_i b_i + \sum P_{S\,i} A_i B_i & \sum P_{t\,i} b_i \omega_i + \sum P_{S\,i} B_i \varepsilon_i \end{vmatrix}}{D}$$

ただし

$$D = \begin{vmatrix} \sum P_{t\,i} a_i^2 + \sum P_{S\,i} A_i^2 & \sum P_{t\,i} a_i b_i + \sum P_{S\,i} A_i B_i \\ \sum P_{t\,i} a_i b_i + \sum P_{S\,i} A_i B_i & \sum P_{t\,i} b_i^2 + \sum P_{S\,i} B_i^2 \end{vmatrix}$$

$$a_i = -\frac{Y' - Y_i}{d_i^2}, \quad b_i = \frac{X' - X_i}{d_i^2}$$

$$A_i = \frac{X' - X_i}{d_i}, \quad B_i = \frac{Y' - Y_i}{d_i}, \quad \omega_i = \alpha_i - \theta_i, \quad \theta_i = \tan^{-1}\frac{Y' - Y_i}{X' - X_i}$$

$$\varepsilon_i = S_i - d_i$$

$P_{t\,i} = 1$　（観測がない場合は０とする）

$P_{S\,i} = 2.350443 \times 10^{-11}$　（観測がない場合は０とする）

S_i　：測定距離

X，Y　：求点の座標値

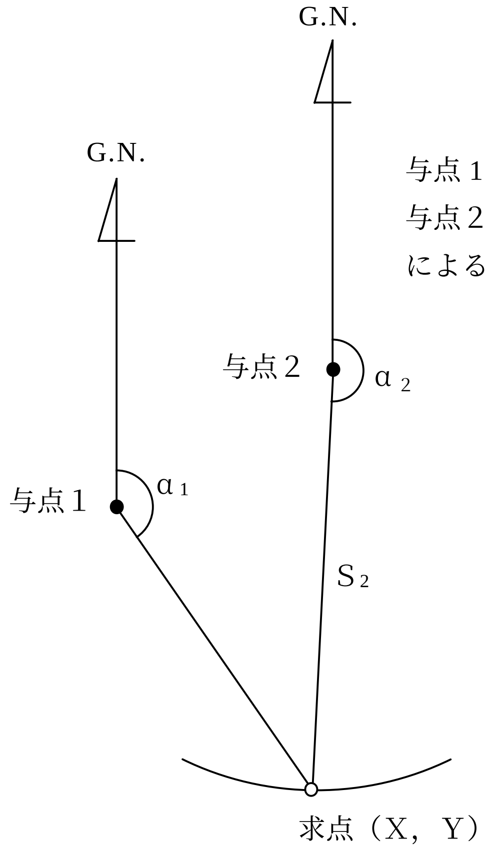
X'，Y'　：求点の仮定位置

δx，δy：求点の仮定位置に対する補正量

X_i，Y_i　：与点の座標値

α_i　：与点から求点に対する方向角

d_i　：求点の仮定位置と与点との距離



与点１からは方向のみ
与点２からは方向と距離
による交会の例

経緯度計算１（方位、距離）

$$L' = L + \frac{1}{R_m \cdot \sin 1''}\left[K \cdot \cos Z - \frac{K^2 \cdot \sin^2 Z \cdot \tan L}{2N} - \frac{3K^2 \cdot e^2 \cdot \sin 2L \cdot \cos^2 Z}{4R_m\left(1 - e^2 \cdot \sin^2 L\right)}\right.$$
$$\left. - \frac{K^3 \cdot \cos Z\left\{\sin^2 Z\left(1 + 3\tan^2 L + \eta^2 - 9\eta^2 \cdot \tan^2 L\right) + \cos^2 Z\left(3\eta^2 - 3\eta^2 \cdot \tan^2 L + 3\eta^4 - 15\eta^4 \cdot \tan^2 L\right)\right\}}{6N^2}\right]$$

$$M' = M + \frac{1}{\sin 1''}\left[\frac{K \cdot \sin Z}{N \cdot \cos L} + \frac{K^2 \cdot \sin 2Z \cdot \sin L}{2N^2 \cdot \cos^2 L} - \frac{K^3 \cdot \sin Z\left\{\tan^2 L \cdot \sin^2 L - \cos^2 Z\left(1 + 3\tan^2 L + \eta^2\right)\right\}}{3N^3 \cdot \cos L}\right]$$

$$Z' = Z + 180° + \frac{(M' - M)\sin L_0}{\cos\frac{1}{2}(L' - L)} \quad , \qquad L_0 = \frac{L' + L}{2}$$

$$\eta^2 = e'^2 \cdot \cos^2 L \qquad e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}}$$

$$N = \frac{a}{\left(1 - e^2 \cdot \sin^2 L\right)^{1/2}}$$

$$R_m = \frac{a\left(1 - e^2\right)}{\left(1 - e^2 \cdot \sin^2 L\right)^{3/2}} = N^3\frac{1 - e^2}{a^2}$$

（計算範囲　約 40km）

（定数）	Sin1”	：0.000　004　848　136　811
	a	：6378137.000 m
	b	：6356752.314 m
	e	：0.08181919
	e^2	：0.00669437999
	e'^2	：0.00673949674

（記号）	K	：２点間の距離（m）
	L	：基点の緯度
	M	：基点の経度
	Z	：基点から望んだ他測点の真方位
	R_m	：基点における子午線の曲率半径
	N	：基点における卯酉線の曲率半径
	L’,M’, Z’	：求める点の上記Ｌ,M, Ｚに応ずるもの

経緯度計算２（ＸＹ→ＬＭ）

平面直角座標変換

$$L=L_1-\left\{\frac{\tan L_1}{2R_{m1}\cdot N_1}\left(\frac{Y}{m_C}\right)^2-\frac{\tan L_1}{24R_{m1}\cdot N_1{}^3}\left(5+3\tan^2 L_1+\eta_1{}^2-9\eta_1{}^2\cdot\tan^2 L_1-4\eta_1{}^4\right)\left(\frac{Y}{m_C}\right)^4\right\}\rho$$

$$M=M_0+\left\{\frac{1}{N_1\cdot\cos L_1}\left(\frac{Y}{m_C}\right)-\frac{1+2\tan^2 L_1+\eta_1{}^2}{6N_1{}^3\cdot\cos L_1}\left(\frac{Y}{m_C}\right)^3+\frac{5+28\tan^2 L_1+24\tan^4 L_1}{120N_1{}^5\cdot\cos L_1}\left(\frac{Y}{m_C}\right)^5\right\}\rho$$

$$T_B=-\left\{\frac{\tan L_1}{N_1}\left(\frac{Y}{m_C}\right)-\frac{\tan L_1}{3N_1{}^3}\left(1+\tan^2 L_1-\eta_1{}^2\right)\left(\frac{Y}{m_C}\right)^3\right\}\rho$$

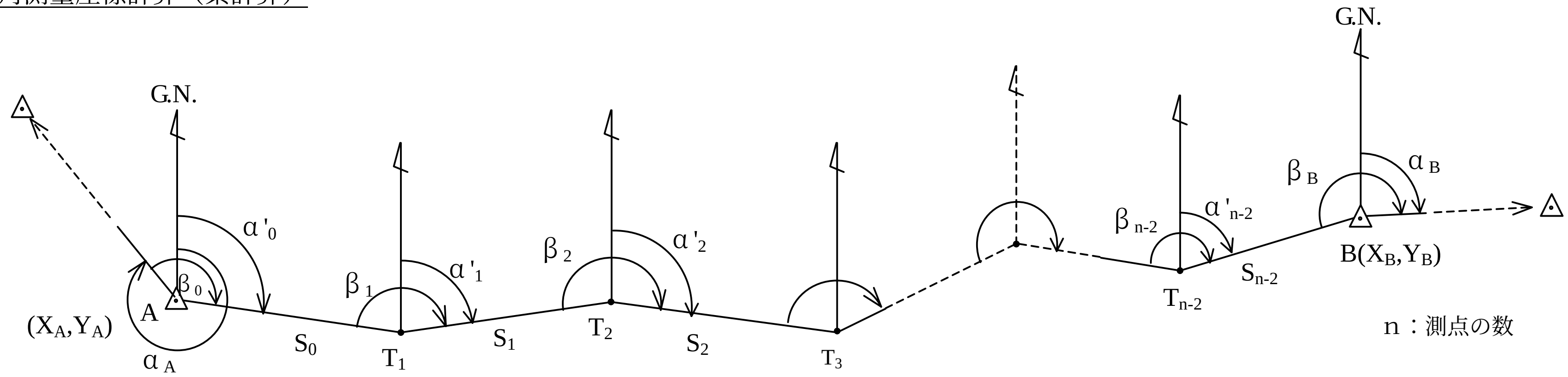
ただし

$$L_1=L_0+\frac{X}{m_C\cdot R_{m0}}\left\{1-\frac{3}{2}\eta_0{}^2\cdot\tan L_0\left(\frac{X}{m_C\cdot N_0}\right)-\frac{\eta_0{}^2}{2}\left(1-\tan^2 L_0+\eta_0{}^2-5\eta_0{}^2\cdot\tan^2 L_0\right)\left(\frac{X}{m_C\cdot N_0}\right)^2+\frac{\eta_0{}^2}{2}\tan L_0\left(\frac{X}{m_C\cdot N_0}\right)^3\right\}\rho$$

定数は平面直角座標計算（ＬＭ→ＸＹ）参照

（計算範囲　緯度差３°まで）

多角測量座標計算（素計算）



１．方向角の計算

$$\alpha'_B = \alpha_A + \sum \beta - (n \pm 1)180°$$

ただし、 $\alpha_A + \Sigma\beta$ が（n＋1）180°より大のとき（n±1）は（n＋1）で、小のときは（n－1）で計算する。

２．座標の計算

$$X'_B = X_A + S_0 \cdot \cos\alpha'_0 + S_1 \cdot \cos\alpha'_1 + S_2 \cdot \cos\alpha'_2 \cdots\cdots\cdots S_{n-2} \cdot \cos\alpha'_{n-2}$$

$$Y'_B = Y_A + S_0 \cdot \sin\alpha'_0 + S_1 \cdot \sin\alpha'_1 + S_2 \cdot \sin\alpha'_2 \cdots\cdots\cdots S_{n-2} \cdot \sin\alpha'_{n-2}$$

３．閉合差の計算

$$\sum \Delta\beta = \alpha_B - \alpha'_B$$

$$\sum \Delta X = X_B - X'_B$$

$$\sum \Delta Y = Y_B - Y'_B$$

$$E = \sqrt{\left(\sum \Delta X\right)^2 + \left(\sum \Delta Y\right)^2}$$

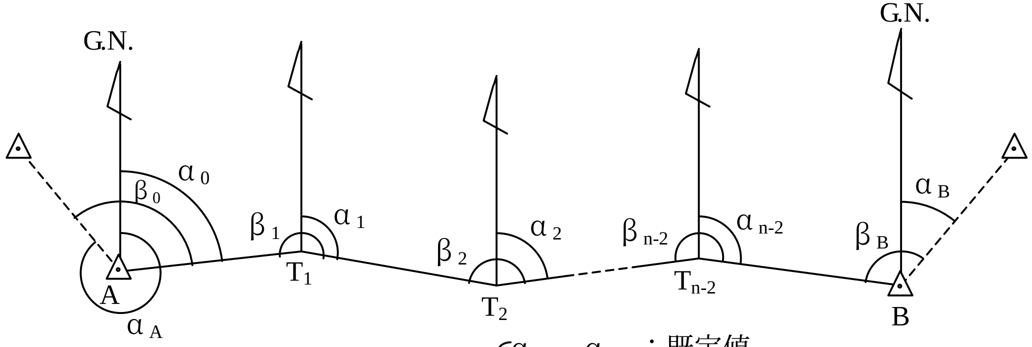
４．閉合比の計算

$$Q = \frac{E}{\sum S}$$

既定値	α_A，α_B	：A点、B点における基準方向角
	X_A，Y_A X_B，Y_B	：A点、B点における座標
観測値	β_0～β_B	：夾　角
	S_0～S_{n-2}	：辺　長
計算値	α'_0～α'_B	：方向角
	X'_B，Y'_B	：B点における座標
	$\Sigma\Delta\beta$	：方向角の閉合差
	$\Sigma\Delta X$，$\Sigma\Delta Y$	：座標の閉合差
	E	：位置の閉合差
	Q	：閉合比

多角測量座標平均計算１（結合）

１．方向角の計算



α_A，α_B　：既定値
α'　：観測方向角
α　：調整方向角

(1)　α'_Bの計算

素計算と同式による。

(2)　補正値の計算

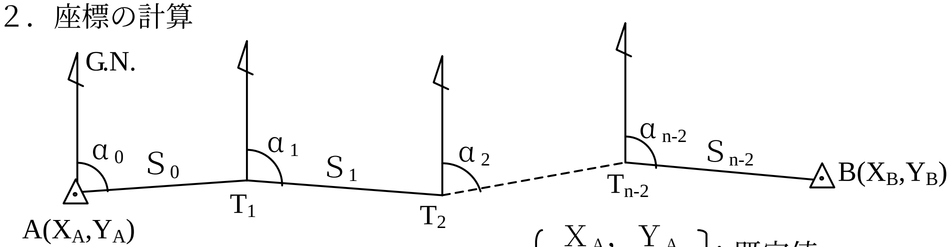
$$\Delta\beta = \frac{\alpha_B - \alpha'_B}{n}$$　（ｎは測点数）

(3)　各節点の調整方向角の計算

$$\alpha_i = \alpha_A + \sum(\beta + \Delta\beta) - (n \pm 1)180^\circ$$

（ｉは測点番号）

２．座標の計算



X_A，Y_A
X_B，Y_B　：既定値
X'，Y'　：調整前の座標
X　，Y　：調整座標
n　：測点の数

(1)　X'_B，Y'_Bの計算

調整方向角を用いて素計算と同式による。

(2)　補正値の計算

$$\Delta x_i = \frac{E_x \cdot S_i}{\sum S} \quad (E_x = X_B - X'_B)$$

$$\Delta y_i = \frac{E_y \cdot S_i}{\sum S} \quad (E_y = Y_B - Y'_B)$$

(3)　各節点の調整座標の計算

$$X_i = X_A + \sum(S \cdot \cos\alpha + \Delta x)$$

$$Y_i = Y_A + \sum(S \cdot \sin\alpha + \Delta y)$$

３．閉合差及び閉合比

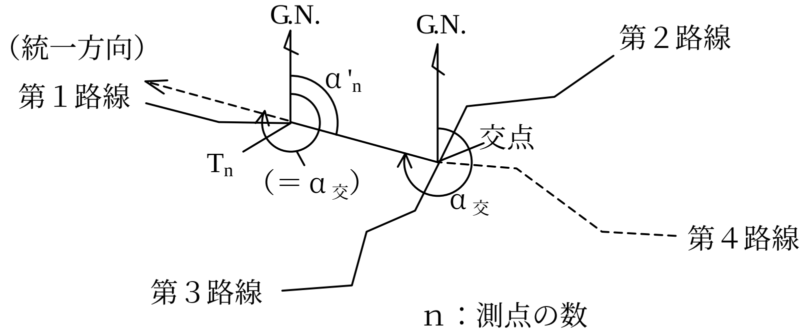
$E_\alpha = \alpha_B - \alpha'_B$　（方向角の閉合差）

$E_x = X_B - X'_B$
$E_y = Y_B - Y'_B$　（座標の閉合差）

$E = \sqrt{E_x^{\,2} + E_y^{\,2}}$　（位置の閉合差）

$Q = \dfrac{E}{\sum S}$　（閉合比）

多角測量座標平均計算２（ＸＹ型）



１．方向角

(1)　統一方向角の計算

（統一方向は、第１路線の交点から交点直前の測点Ｔnの方向）

素計算式を用いて各路線について計算する。

(2)　平均統一方向角（α交）の計算

(1)で得た各路線の統一方向角を用いて計算する。

$$\alpha_{交}=\frac{\sum(P_n\cdot\alpha'_{交})}{\sum P_n}$$

（ただし、Ｐnは各路線の測点数の逆数）

(3)　各節点の調整方向角の計算

平均統一方向角を用いて、結合方式により

各路線ごとに各節点の調整方向角を計算する。

２．座　　標

(1)　交点の座標の計算

調整方向角を用いて素計算式により各路線ごとに交点の座標を計算する。

(2)　交点の座標の平均計算

各路線ごとに求めた交点の座標を用いて計算する。

（交点の平均座標をＸ交、Ｙ交とする。）

$$X_{交}=\frac{\sum(P_S\cdot X'_{交})}{\sum P_S}\qquad Y_{交}=\frac{\sum(P_S\cdot Y'_{交})}{\sum P_S}$$

ただし、　$P_S=\dfrac{1}{\sum S}$　（ΣＳは路線長）

(3)　各節点の座標の計算

交点の平均座標を用いて結合方式により各路線ごとに各節点の座標を計算する。

３．閉合差及び閉合比の計算

各路線について計算する。

（方向角の閉合差）　$E_\alpha=\alpha_{交}-\alpha'_{交}$

（座標の閉合差）　$E_x=X_{交}-X'_{交}$　，　$E_y=Y_{交}-Y'_{交}$

（位置の閉合差）　$E=\sqrt{{E_x}^2+{E_y}^2}$

（位置の閉合比）　$Q=\dfrac{E}{\sum S}$

４．平均自乗誤差

各路線について計算する。

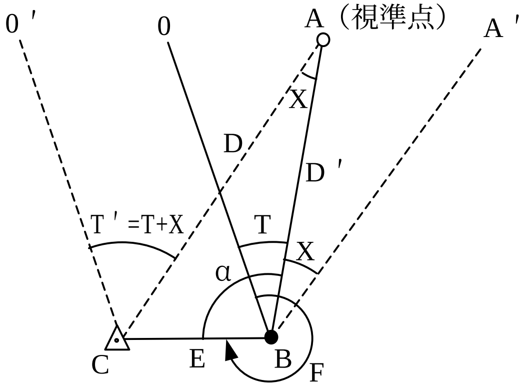
（交点の座標の平均自乗誤差）

$$M_x=\pm\sqrt{\frac{\sum P_S\cdot {E_x}^2}{(n-1)\sum P_S}}$$

$$M_y=\pm\sqrt{\frac{\sum P_S\cdot {E_y}^2}{(n-1)\sum P_S}}$$

（α'交、X'交、Y'交は、素計算による交点の統一方向角及び座標である。）

離心更正計算１



E　：離心距離
F　：離心角
T　：観測方向角
C　：標石の中心
B　：経緯儀を整置した点
D　：ＣＡの距離
D ′：ＢＡの距離

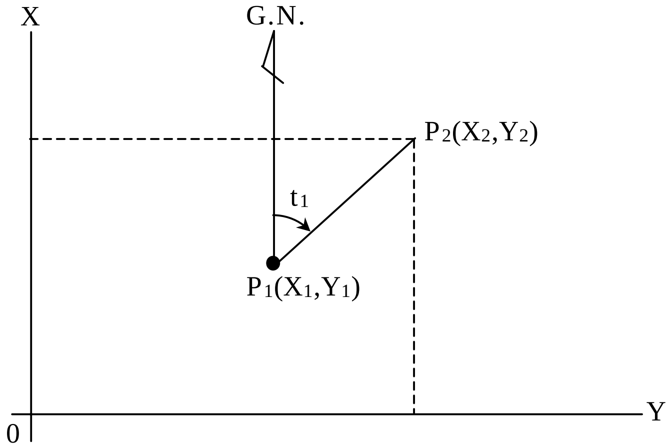
$$\alpha=(360^\circ-F)+T$$

$$X=\left\{\sin^{-1}\left(\frac{E\cdot\sin\alpha}{D}\right)\right\}$$

（注）　1.　ＥがＤの 1/455 以内ならばＤの代わりにＤ ′ を用いても離心更正量の１ ″ 位には影響しない。

2.　更正角Ｔ ′ については、補正角Ｘを代数的に加える場合についてのみ印字させてある。

距離、方向角計算（座標差）



（平面距離）　$S=\sqrt{(X_2-X_1)^2+(Y_2-Y_1)^2}$

（平面方向角）　$t_1=\tan^{-1}\dfrac{Y_2-Y_1}{X_2-X_1}$

（球面距離と平面距離の比）

$$S:s=\frac{1}{m_c}\left(1-\frac{{Y_1}^2+Y_1\cdot Y_2+{Y_2}^2}{6\,{m_c}^2\cdot\gamma^2}\right)$$

$(X_1,\ Y_1),\ (X_2,\ Y_2)$　：平面直角座標上の２点P_1，P_2の座標

m_c　：原子午線上の線増大率

γ　：投影面上の２点P_1，P_2の中分緯度に対する平均曲率半径　$\gamma=\sqrt{R_m\cdot N}$

R_m，Ｎは座標平均計算（ＬＭ→ＸＹ）平面直角座標計算に、計算式及び定数値あり。

高低計算

$$H_2 = H_1 + \Delta H$$

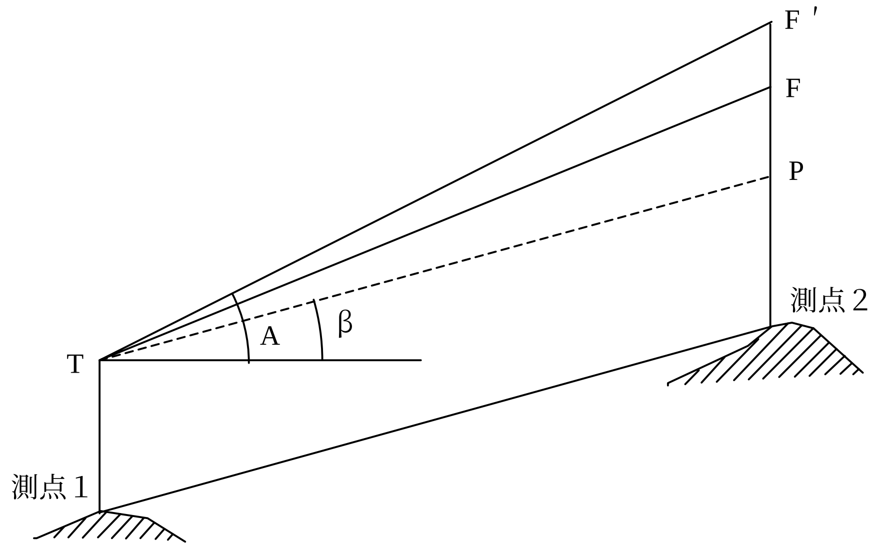
$$H_1 = H_2 - \Delta H$$

ただし　$\Delta H = D\tan\beta + \dfrac{DH_1}{R}\tan\beta + \dfrac{D^2}{R}\tan^2\beta + \dfrac{D^2}{2R}$

$$\beta = A - \tan^{-1}\frac{\delta\cos^2 A}{D - \delta\sin A\cos A}$$

$$\delta = F - T + \frac{D^2}{R}\gamma$$

$$R = \frac{N R_m}{N\cos^2\alpha + R_m\sin^2\alpha}$$



測点１	：高低角を測定した測点
測点２	：旗標を設置した測点
D	：２点間の距離（D＜10,000m）
A	：測得した高低角
β	：改正した高低角
F	：旗標の地上高
F ′	：測点１から見た旗標の見かけの位置
T	：経緯儀の地上高
H_1	：測点１の標高
H_2	：測点２の標高
P	：測点１と測点２を通る線に平行でTを通る補助線と測点２の鉛直線との交点
δ	：気差（F F ′）
γ	：気差係数　0.0753
R	：地球の曲率半径（D＜3km の場合は、R＝6,370,000m としてよい）
R_m	：子午線曲率半径
N	：卯酉線曲率半径
α	：測点１から測点２の方位

注：R_m及びNの計算式は平面直角座標計算（LM→XY）のR_m及びNの計算式に同じ

水平距離・標高計算

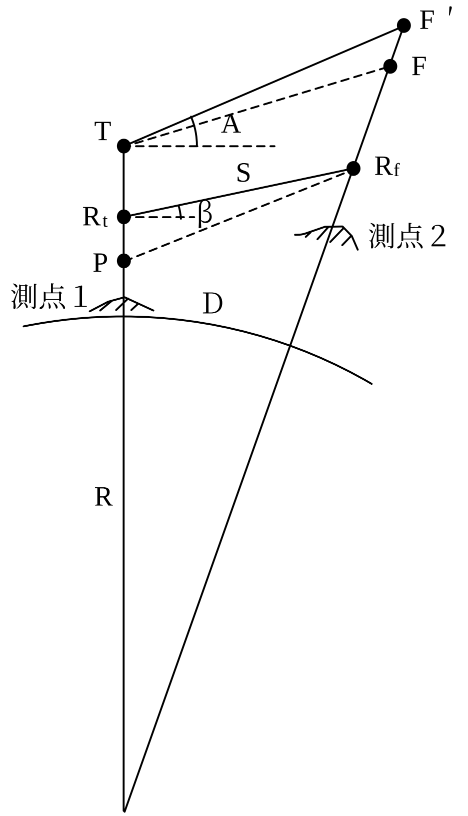
1　水平距離の計算式（距離 10km 以内の場合）

$$D = S - \left\{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta H}{S}\right)^2}\right\}\left(1 - \frac{H_m}{R}\right)S - \frac{H_m}{R}S + \frac{S^3}{24R^2}(1-K)^2 + \frac{S}{R^2}\left\{H_m{}^2 + \left(\frac{\Delta H}{4}\right)^2\right\}$$

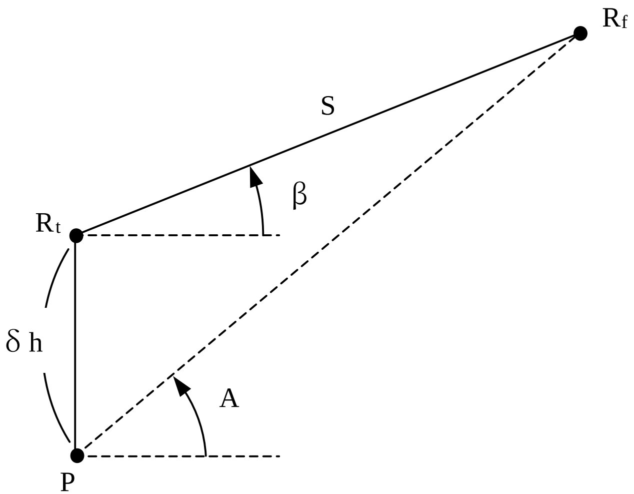
ただし、

$$\begin{cases} \delta h = (F - R_f) - (T - R_t) + \dfrac{S^2}{R}\gamma \\ \beta = A - \sin^{-1}\dfrac{\delta h \cos A}{S} \\ \Delta H = S \sin\beta + \dfrac{S^2 \cos^2\beta}{2R} \\ H_m = H + R_t + \dfrac{\Delta H}{2} \end{cases}$$

斜距離（S）と水平距離（D）の関係



測定高低角（A）と斜辺高低角（β）の関係



D　：水平距離
S　：斜距離（気象補正済）
R　：地球半径（6,370,000m）
K　：屈折係数（光波=0.20、電波=0.25）
γ　：気差係数（0.0753）
F　：視準目標の高さ
T　：経緯儀高
R_t　：測点１（測角点）の測距儀高
R_f　：測点２（視準点）の測距儀高
A　：測定高低角
H　：測点１（測角点）の標高
β　：測距斜辺の高低角
ΔH　：２測点の標高差（測距儀高を含む）
H_m　：２測点の平均標高（測距儀高を含む）

2　観測標高の計算式

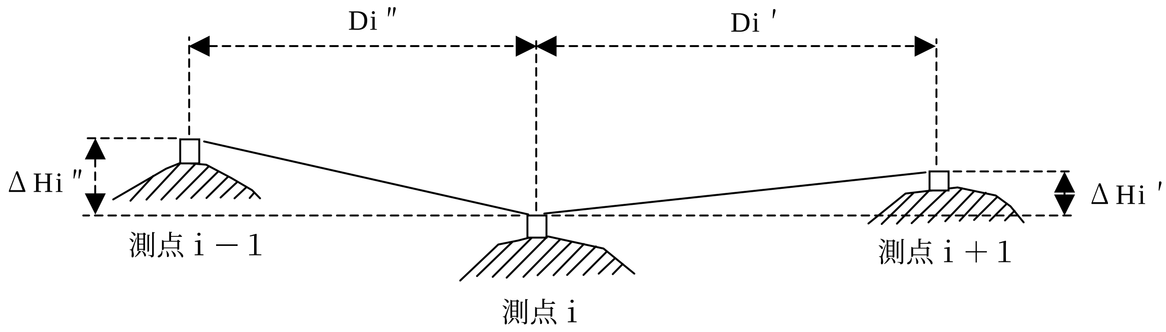
　計算は高低計算と同様

3　平均距離及び平均標高計算（単路線）

$$H_i' = H_{i-1}' + \frac{\Delta H_{i-1}' - \Delta H_i''}{2}$$

$$D_i = \frac{D_i' + D_{i+1}''}{2}$$

$$H_i = H_i' + \delta_i$$



ただし、

$$\delta_H = H_n - H_n'$$

$\delta_i = \delta_{i-1} + P_i \delta_H$　　（ただし、$\delta_0=0$ とする）

$$P_i = \frac{D_i}{\sum D}$$

ｉ	：始点、多角節点、終点の番号（ｉ＝0,1,2,3,…,ｎ、ただし、始点をｉ＝0、終点をｉ＝ｎとする）
D_i	：測点ｉと測点ｉ＋１との水平距離
D_i'	：測点ｉから測点ｉ＋１を目標として計算した水平距離
D_i''	：測点ｉから測点ｉ－１を目標として計算した水平距離
ΣD	：多角路線の総延長
$\Delta H_i'$	：測点ｉから測点ｉ＋１を目標として計算した高低差
$\Delta H_i''$	：測点ｉから測点ｉ－１を目標として計算した高低差
H_i	：始点、多角節点、終点の標高
H_i'	：多角節点、終点の観測標高
δ_H	：標高の閉合差

海水中の音速度計算

$$P = 1.11 + 1.02663\times10^{-1}D + 2.691\times10^{-7}D^2 - 4.11\times10^{-12}D^3$$

$$V = 1448.49 + V_T + V_S + V_P + V_\phi + V_{TSP}$$

$$V_T = 4.5721T - 4.4532\times10^{-2}T^2 - 2.6045\times10^{-4}T^3 + 7.9851\times10^{-6}T^4$$

$$V_S = 1.39799(S-35) + 1.69202\times10^{-3}(S-35)^2$$

$$V_P = 1.60272\times10^{-1}P + 1.0268\times10^{-5}P^2 + 3.5216\times10^{-9}P^3 - 3.3603\times10^{-12}P^4$$

$$V_\phi = 1.50\times10^{-6}D(\phi-35) + 0.94\times10^{-12}D^2(\phi-35)^2 - 2.94\times10^{-18}D^3(\phi-35)^3 - 1.214\times10^{-3}(\phi-35)$$

$$\begin{aligned}V_{TSP} = (S-35)(&-1.1244\times10^{-2}T + 7.7711\times10^{-7}T^2\\ &+7.7016\times10^{-5}P - 1.2943\times10^{-7}P^2\\ &+3.1580\times10^{-8}PT + 1.5790\times10^{-9}PT^2)\\ &+P(-1.8607\times10^{-4}T + 7.4812\times10^{-6}T^2 + 4.5283\times10^{-8}T^3)\\ &+P^2(-2.5294\times10^{-7}T + 1.8563\times10^{-9}T^2) - 1.9646\times10^{-10}P^3T\end{aligned}$$

ただし

P ：深度D[m]のときの圧力　[kg/cm²]

V_T ：水温T[℃]の音速度補正値　[m/sec]

V_S ：塩分S[‰]の音速度補正値　[m/sec]

V_P ：圧力P[kg/cm²]の音速度補正値　[m/sec]

V_ϕ ：緯度φ°、深度D[m]の音速度補正値　[m/sec]

V_{TSP} ：水温、塩分、深度の２要素以上の同時変化に対する音速度補正値　[m/sec]

V ：水温T[℃]、塩分S[‰]、圧力P[kg/cm²]のときの音速度　[m/sec]

座標系変換計算（日本測地系 ⟷ 世界測地系（ＷＧＳ８４））

（１）楕円体の原子

イ．ベッセルの算出した値

長半径　ａ＝6377397.155 m

扁平度　$f=\dfrac{1}{299.152813}$

ロ．ＧＰＳで使用している値

長半径　ａ＝6378137 m

扁平度　$f=\dfrac{1}{298.257223563}$

（２）緯度、経度、高さから地心座標への変換

$$X=(N+H)\cos L\cdot\cos M$$
$$Y=(N+H)\cos L\cdot\sin M$$
$$Z=\{N(1-e^2)+H\}\cdot\sin L$$
$$N=\frac{a}{\sqrt{1-e^2\cdot\sin^2 L}}$$
$$e^2=f(2-f)$$

ただし

Ｌ：緯度

Ｍ：経度

Ｈ：楕円体からの高さ（標高＋ジオイド高）

ａ：長半径

ｆ：扁平度

Ｎ：卯酉線曲率半径

ｅ：第一離心率

（ジオイド高は別図から読み取る）

とする。

（３）地心座標から緯度、経度、高さへの変換

$$L=\tan^{-1}\left(\frac{Z-e^2H\sin(L_{i-1})}{P(1-e^2)}\right)$$　（Ｌは繰り返し計算）

$$M=\tan^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right)$$
$$H=\frac{P}{\cos L}-N$$
$$P=\sqrt{X^2+Y^2}$$
$$N=\frac{a}{\sqrt{1-e^2\cdot\sin^2 L_{i-1}}}$$

ただし

$|H_i-H_{i-1}|<0.00001$　[m]

$L_0=0$,　　$H_0=0$

とする。

（４）座標変換

日本測地系をＷＧＳ－８４座標系に変換

$$\begin{bmatrix}X_B\\Y_B\\Z_B\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta X_0\\\Delta Y_0\\\Delta Z_0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}X_A\\Y_A\\Z_A\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-146.383\\+507.298\\+680.443\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}X_A\\Y_A\\Z_A\end{bmatrix}$$

ただし、

X_A, Y_A, Z_A　：日本測地系に準拠した地心座標系

X_B, Y_B, Z_B　：ＷＧＳ－８４座標系に準拠した地心座標系

ΔX_0, ΔY_0, ΔZ_0：日本測地系からＷＧＳ－８４座標系に変換する時の地心座標の原点移動量

とする。